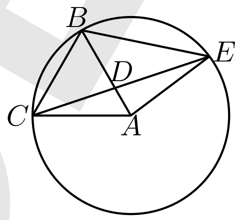
Cada questão vale 10 pontos

Sugestões para a resolução dos problemas

1. Seja x o número do andar da primeira paragem. Como x é a soma de 1 com o número do andar da segunda paragem, então a segunda paragem foi no andar $x-1$. Do mesmo modo, conclui-se que a terceira paragem foi no andar -1 e a quarta paragem foi no andar $-x$. Como $-x = 5$, ou seja, $x = -5$, então o elevador começou no andar 1 e foi parando nos andares $-5, -6, -1, 5, 6, 1$. Portanto, a paragem anterior a regressar ao primeiro andar foi no andar 6.

2. Considere-se a circunferência com centro em A e raio igual a $\overline{AC}$.
Essa circunferência passa por B e por E, já que $\overline{AC} = \overline{AB} = \overline{AE}$.
Mas nesta circunferência, o ângulo CEB é um ângulo inscrito no arco CB.
Logo, pelo teorema do ângulo inscrito, $C\hat{E}B = \frac{1}{2}C\hat{A}B = 30°$.

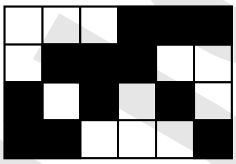


3. Sejam $N = 1+3+5+7+9 = 25$ e $M = 3+5+7+9+11 = 35$. Então $D = \mathrm{mdc}(N,M) = 5$.

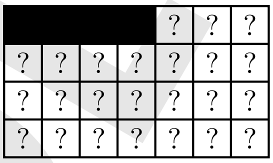
Seja agora x um número ímpar. A soma dos cinco ímpares consecutivos começando em x é dada por $x+(x+2)+(x+4)+(x+6)+(x+8) = 5x+20 = 5(x+4)$. Assim, qualquer número que seja soma de 5 números ímpares consecutivos é divisível por 5 e portanto D também é múltiplo de 5.

Desta forma, concluímos que o menor valor possível para D é 5.

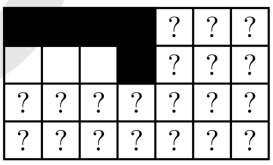
4. Um tabuleiro 6×4 pode ser bem pintado, como se pode verificar na figura seguinte:



Se existisse um tabuleiro 7×4 bem pintado, então na primeira linha haveria pelo menos 4 quadrículas da mesma cor (podemos supor que são pretas). Note-se agora que se reordenarmos as linhas e as colunas de um tabuleiro bem pintado, obtém-se um novo tabuleiro bem pintado. Então, reordenando as colunas, o tabuleiro ficaria assim:



Por baixo destas casas pretas, o tabuleiro não pode ter apenas casas brancas, e em cada linha tem no máximo uma casa preta, pois em caso contrário, não estaria bem pintado. Portanto, reordenando as linhas do tabuleiro, o tabuleiro ficaria assim:



Como o tabuleiro está bem pintado, então nas primeiras três quadrículas da terceira linha só pode haver uma quadrícula preta e só pode haver uma quadrícula branca, o que é impossível. Assim, não existe nenhum tabuleiro 7×4 bem pintado. Portanto o maior valor para n é 6.